

1.Aufgabe:

Zahlenmengen

Gegeben sind folgende Aussagen zu den Zahlenmengen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Antwort an. [1 aus 5]

<i>Die Zahl 4,9 liegt in \mathbb{Z}</i>	<input type="checkbox"/>
<i>Die Zahl 2 liegt nicht in \mathbb{Q}</i>	<input type="checkbox"/>
<i>Die Zahl $-\sqrt{49}$ liegt in \mathbb{Z}</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>Die Zahl 2,35 liegt nicht in \mathbb{R}</i>	<input type="checkbox"/>
<i>$\sqrt{2}$ liegt in \mathbb{N}</i>	<input type="checkbox"/>

[0/1 P.]

2.Aufgabe:

Gleichungssystem

Gegeben ist folgendes Gleichungssystem:

$$I: 2x + 3 * y = a$$

$$II: 8x + b * y = 40$$

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie a und b so, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen besitzt.

a= ___

b= ___

[0/1 P.]

$$a = 10$$

$$b = 12$$

3.Aufgabe:

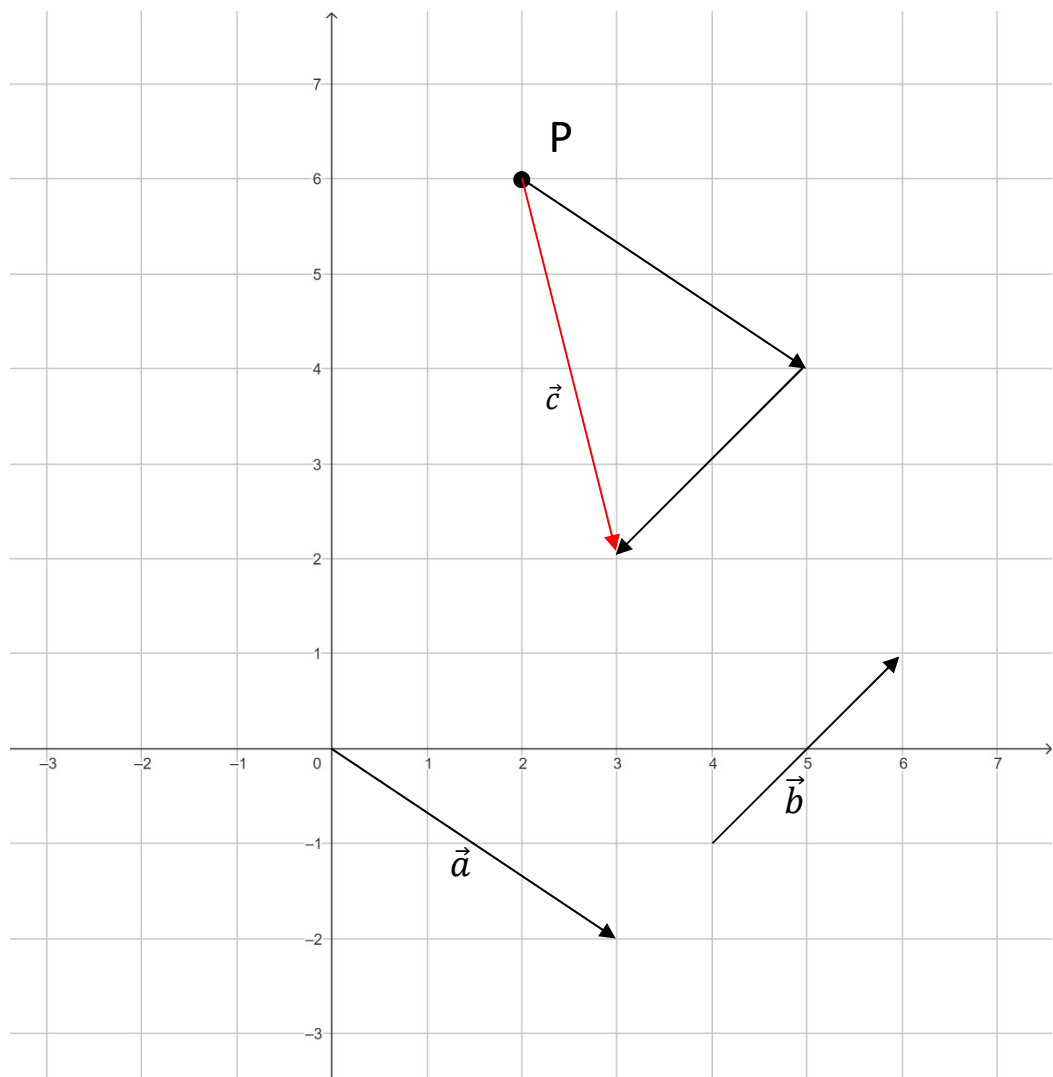
Vektordarstellung

Die nachstehende Abbildung zeigt ein Koordinatensystem mit den Vektoren \vec{a} und \vec{b} .
Es gilt:

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Vektor \vec{c} ausgehend vom Punkt P.



[0/1 P.]

4.Aufgabe:

Quader

Gegeben ist ein Quader.

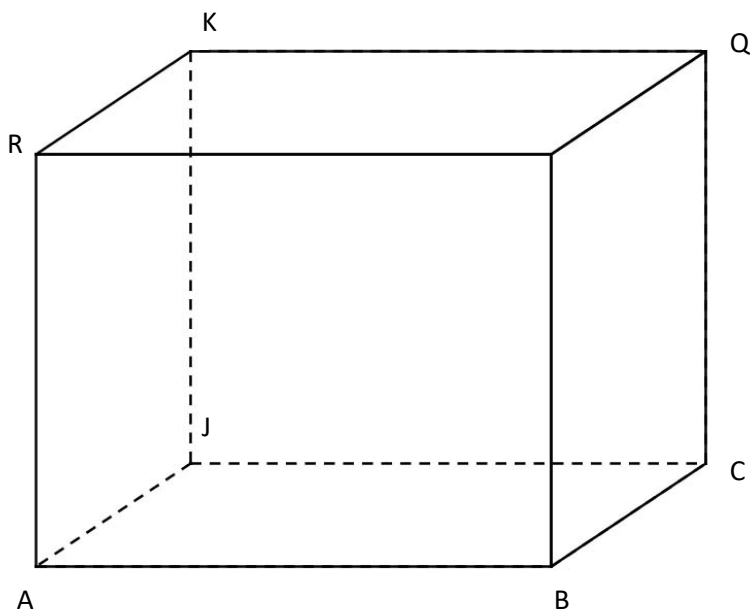
Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie folgende Punkte in den Quader ein.

$$Q = B + \overrightarrow{AR} + \overrightarrow{BC}$$

$$J = C - \overrightarrow{AB}$$

$$K = B + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BR}$$



[0/1 P.]

5.Aufgabe:

Bergspitze

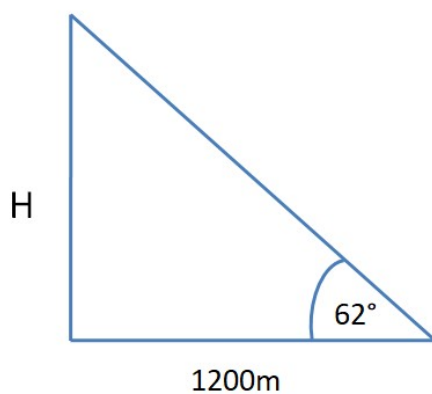
Unter einem Höhenwinkel von 62° kann man die Spitze eines Berges erkennen. Der horizontale Abstand zum Fuße des Berges beträgt bei gegebener Betrachtung 1200m

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Höhe H des Berges.

H=_____

[0/1 P.]



$$\tan(62) = \frac{H}{1200} \quad | * 1200$$

$$H = \tan(62) * 1200$$

$$H = 2256,87\text{m}$$

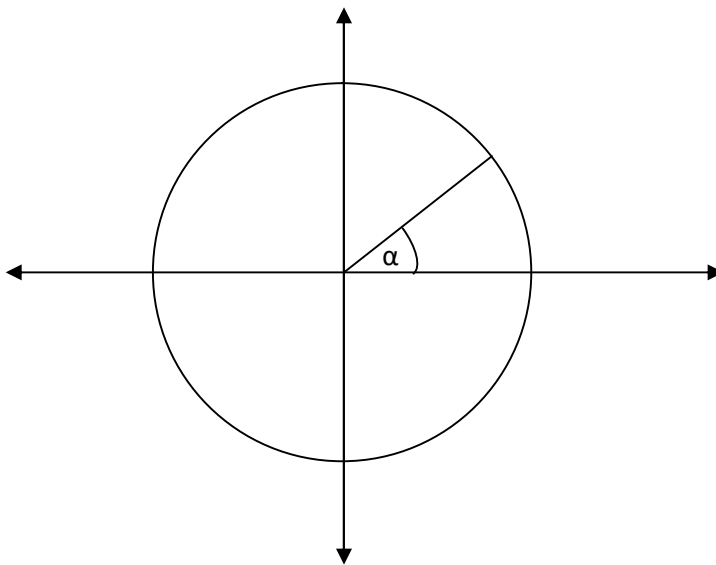
6.Aufgabe:

Einheitskreis

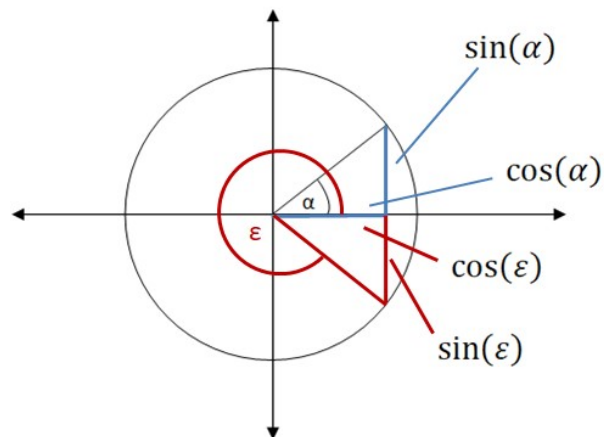
In der nachstehenden Skizze befindet sich ein Einheitskreis.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Winkel ε ein, für den gilt $\cos(\alpha) = \cos(\varepsilon)$.



[0/1 P.]



7.Aufgabe:

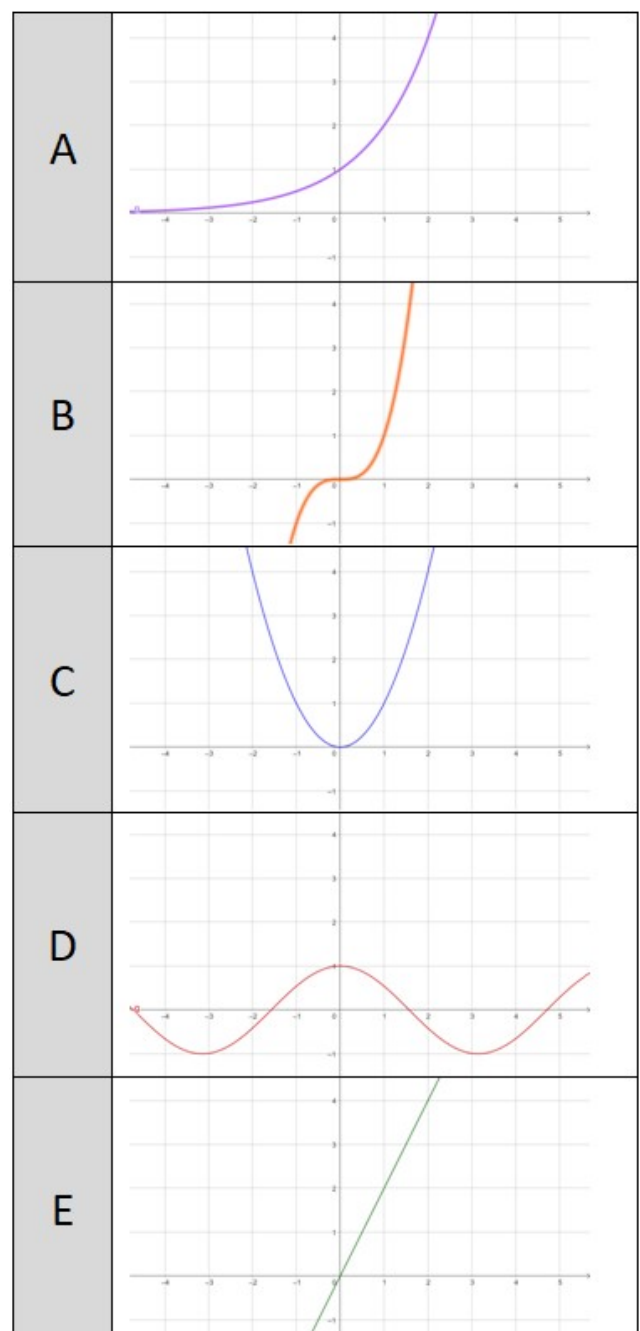
Graphen

Es sind vier verschiedene Funktionen gegeben. Desweiteren gibt es noch Graphen, welche die angegebenen Funktionen beschreiben.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie die Funktionen den entsprechenden Graphen zu.

$f(x) = a * b^x$	A
$g(x) = k * x + d$	E
$h(x) = a * x^2$	C
$i(x) = a * \cos(x)$	D



8.Aufgabe:

Gletscherschmelze

Die Abnahme der Dicke mancher Gletscher lässt sich durch ein lineares Modell beschreiben. So nimmt die Dicke eines bestimmten Gletschers um 30cm pro Jahr ab. Zu Beginn der Aufzeichnung(1950) betrug die Dicke 45m.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie eine Funktion, welche den gegebenen Sachverhalt beschreibt.

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

[0/1 P.]

$$f(x) = \underline{-0,3 * x + 45}$$

$$f(x) = k * x + d$$

$$d = 45$$

k ... *Steigung*

$$k = -0,3$$

d ... *Abschnitt auf der y – Achse*

9.Aufgabe:

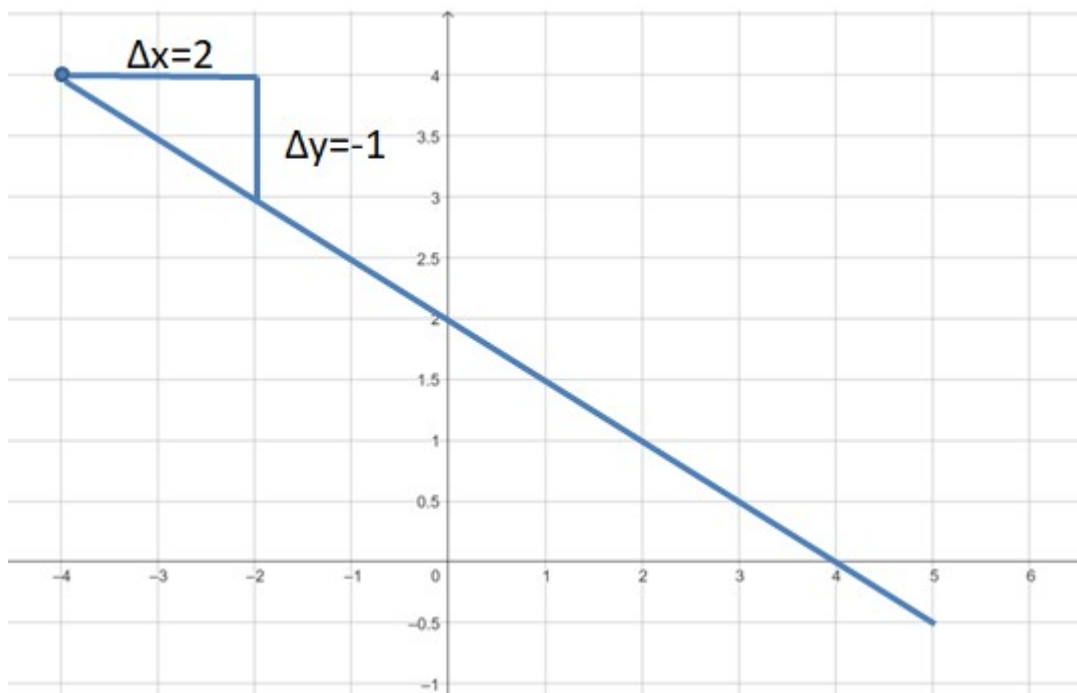
Lineare Funktion

Von einer linearen Funktion ist folgendes bekannt:

- Die Steigung der Funktion ist $-0,5$
- Die Funktion verläuft durch den Punkt $(-4|4)$

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von f auf dem Intervall $[-4; 5]$ ein.



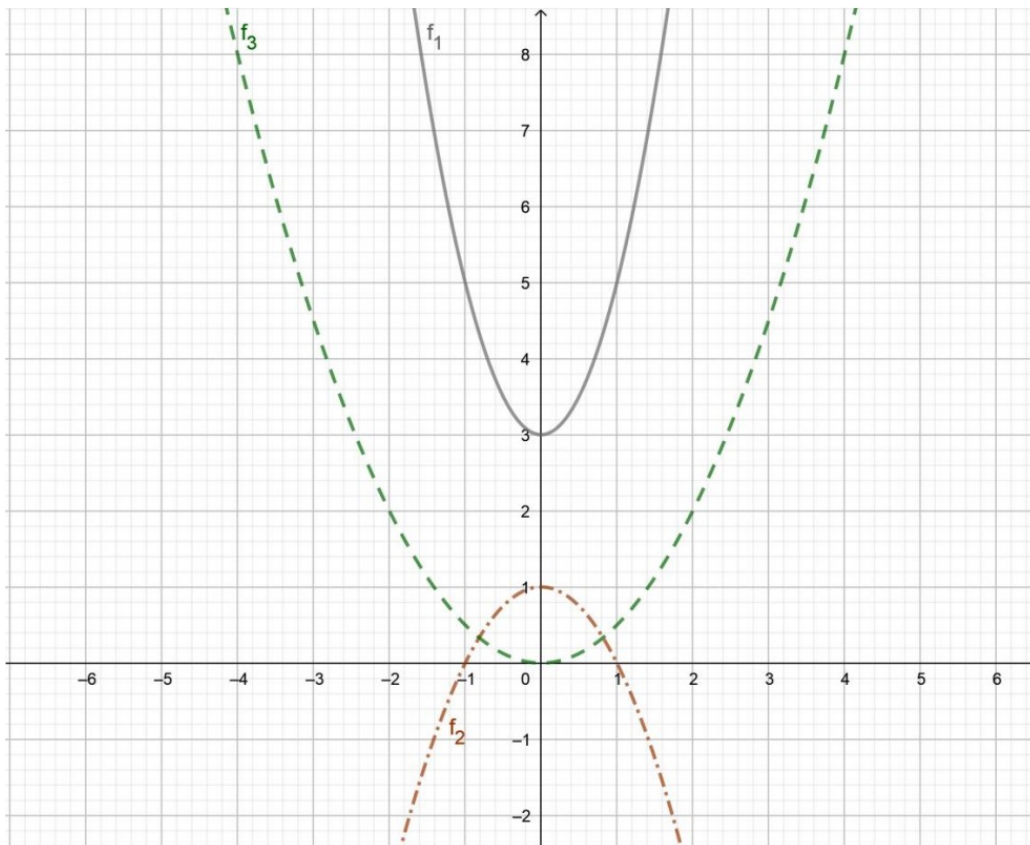
[0/1 P.]

10.Aufgabe:

Quadratische Funktion

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der Funktionen f_1, f_2 und f_3 mit der Gleichung:

$$f_i(x) = a_i * x^2 + b_i$$



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie die Parameterwerte a_i und b_i jeweils der Größe nach, beginnend mit dem Kleinsten.

$$\text{Parameter } a_i: \underline{a_2} < \underline{a_3} < \underline{a_1}$$

$$\text{Parameter } b_i: \underline{b_3} < \underline{b_2} < \underline{b_1}$$

[0/1 P.]

11.Aufgabe:

Wirkstoff

Ein Wirkstoff wird im Körper exponentiell abgebaut. Nach einer Stunde ist nur noch 66% der ursprünglichen Wirkstoffmenge im Körper vorhanden.

Aufgabenstellung:

Nach wie vielen Stunden ist nur noch 1% der ursprünglichen Menge vorhanden?

[0/1 P.]

$$f(x) = a * b^x$$

$$b = 0,66$$

$$f(x) = 100 * 0,66^x$$

$$1 = 100 * 0,66^x \quad | : 100$$

$$0,01 = 0,66^x \quad | \ln$$

$$\ln(0,01) = x * \ln(0,66) \quad | : \ln(0,66)$$

$$x = 11,08h$$

Es dauert 11,08 Stunden, bis nur noch 1% der ursprünglichen Menge im Körper vorhanden ist.

12.Aufgabe:

Investment

Es wird mittelfristig (5 Jahre) investiert. Zwei der nachstehenden Aussagen sollen ein exponentielles Wachstum beschreiben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffenden Antworten an. [2 aus 5]

<i>Das Investment steigt die ersten drei Jahre um 3% pro Jahr danach sogar um 7% pro Jahr</i>	<input type="checkbox"/>
<i>Jedes Jahr wächst das investierte Kapital um 5%</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>Von Jahr zu Jahr ist das Kapital um 2000€ gewachsen</i>	<input type="checkbox"/>
<i>In den ersten beiden Jahren ist das Kapital um jeweils 3000€ gewachsen, danach hat es sich jedes Jahr verdoppelt</i>	<input type="checkbox"/>
<i>Das Investment hat sich innerhalb der 5 Jahre, jedes Jahr verdoppelt</i>	<input checked="" type="checkbox"/>

[0/1 P.]

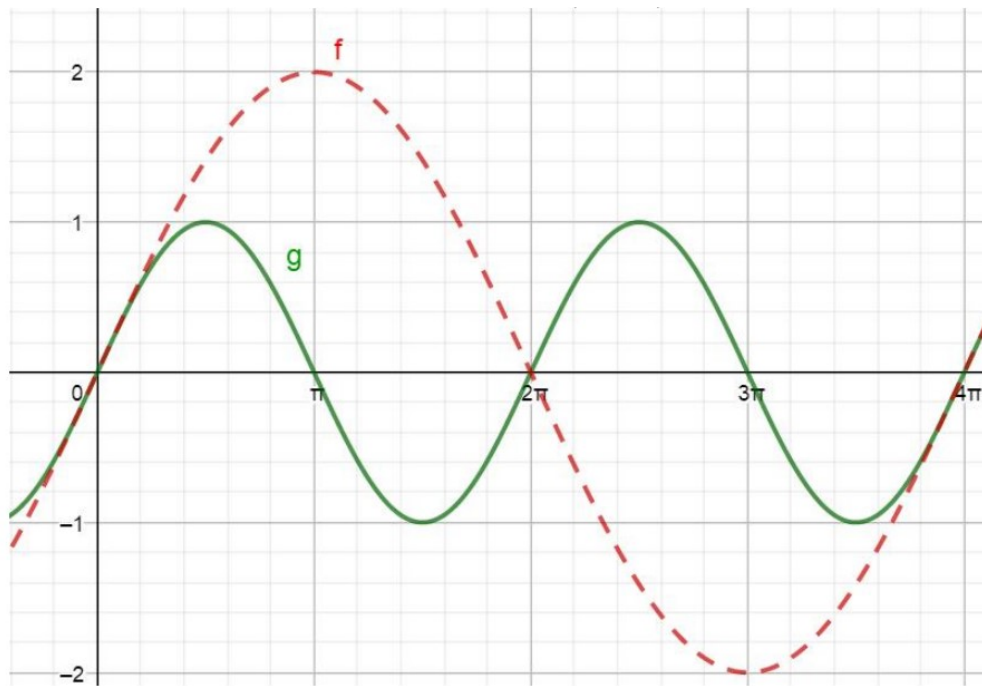
13.Aufgabe:

Sinusfunktion

Im nachstehenden Graphen sind die beiden Funktionen

$$f(x) = a * \sin(b * x)$$

$$g(x) = u * \sin(v * x)$$



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an. [2 aus 5]

<i>a ist doppelt so groß wie u</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
$v = 2\pi$	<input type="checkbox"/>
$a = 1$	<input type="checkbox"/>
<i>b ist doppelt so groß wie v</i>	<input type="checkbox"/>
$v = 1$	<input checked="" type="checkbox"/>

[0/1 P.]

14.Aufgabe:

Intervallgrenze

Gegeben ist folgende Funktion:

$$g(x) = -x^2 + 10$$

Im Intervall $[a; 3]$ ist die mittlere Änderungsrate gleich -4 .

Es gilt: $a < 3$

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die untere Intervallgrenze a .

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

[0/1 P.]

$$\frac{g(b) - g(a)}{b - a} = -4$$

$$\frac{g(3) - g(a)}{3 - a} = -4$$

$$a = 1$$

15.Aufgabe:

Geschwindigkeitsfunktion

Ein Motorrad fährt mit einer bestimmten Geschwindigkeit, welche durch folgende Funktion modelliert werden kann:

$$v(t) = 0,2 * t^2 + 14$$

t ... Zeit in s

v(t) ... Geschwindigkeit in m/s

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die folgende Gleichung.

$$v'(4) = 1,6$$

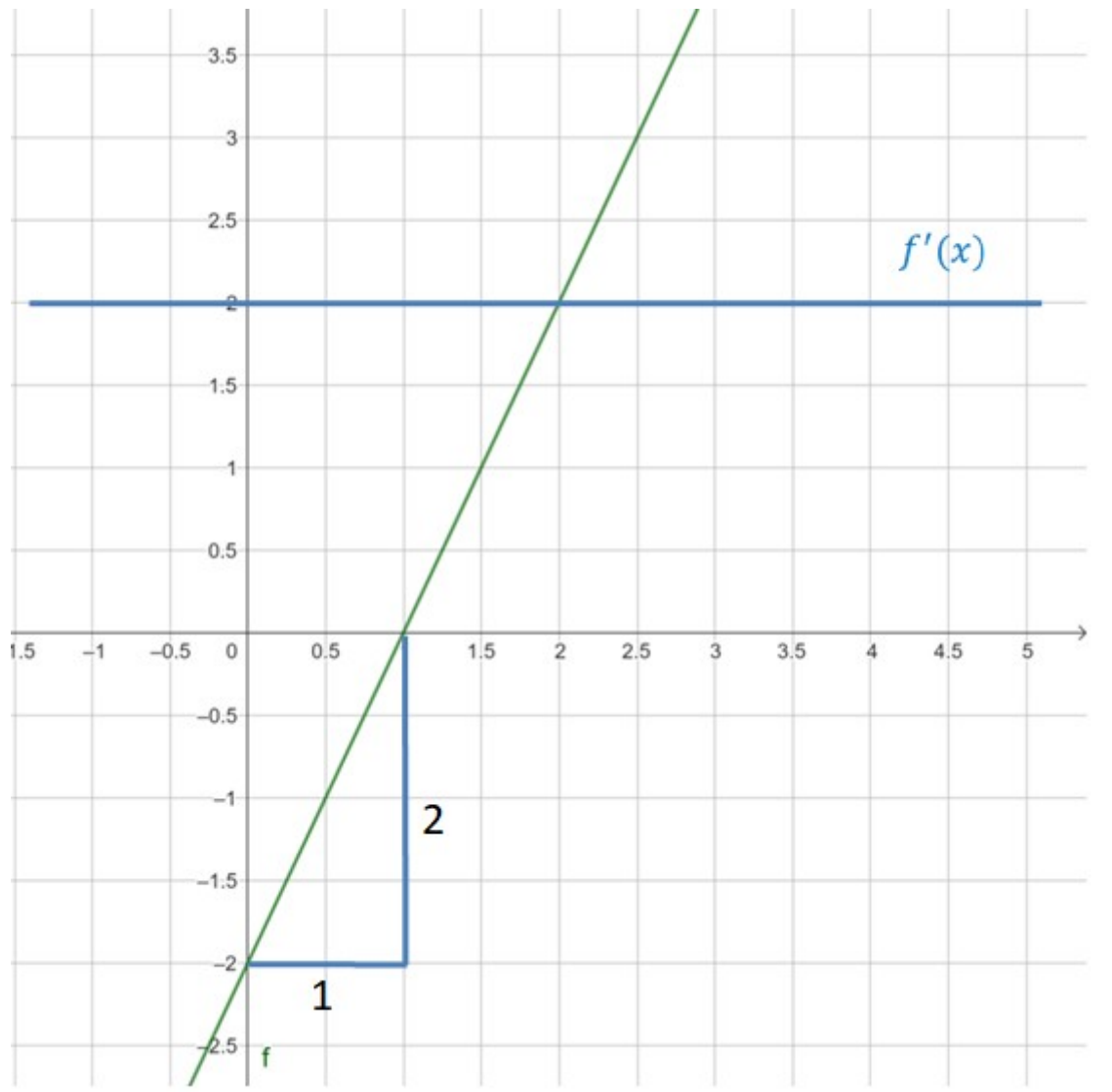
[0/1 P.]

Der Ausdruck beschreibt die momentane Beschleunigung zum Zeitpunkt 4s und diese beträgt 1,6 m/s².

16.Aufgabe:

Ableitung

Im nachstehenden Graph befindet sich die Funktion f .



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie $f'(x)$ in den Graphen ein.

[0/1 P.]

17.Aufgabe:

Projektile

Der zurückgelegte Weg eines Projektils kann mit folgender Funktion beschrieben werden:

$$s(t) = -\frac{20}{3} * t^3 + 50 * t^2$$

$s(t)$... zurückgelegte Weg in m

t ... Zeit in s

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Projektils zum Zeitpunkt $t = 2,5$ s.

[0/1 P.]

Projektile

Der zurückgelegte Weg eines Projektils kann mit folgender Funktion beschrieben werden:

$$s(t) = -\frac{20}{3} * t^3 + 50 * t^2$$

$s(t)$... zurückgelegte Weg in m

t ... Zeit in s

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Projektils zum Zeitpunkt $t = 2,5$ s.

$s(t)$... zurückgelegter Weg

$$v(t) = s'(t) = -20 * t^2 + 100 * t$$

$v(t) = s'(t)$... momentane Geschwindigkeit

$$v(t = 2,5) = -20 * 2,5^2 + 100 * 2,5$$

$a(t) = v'(t) = s''(t)$... momentane Beschleunigung

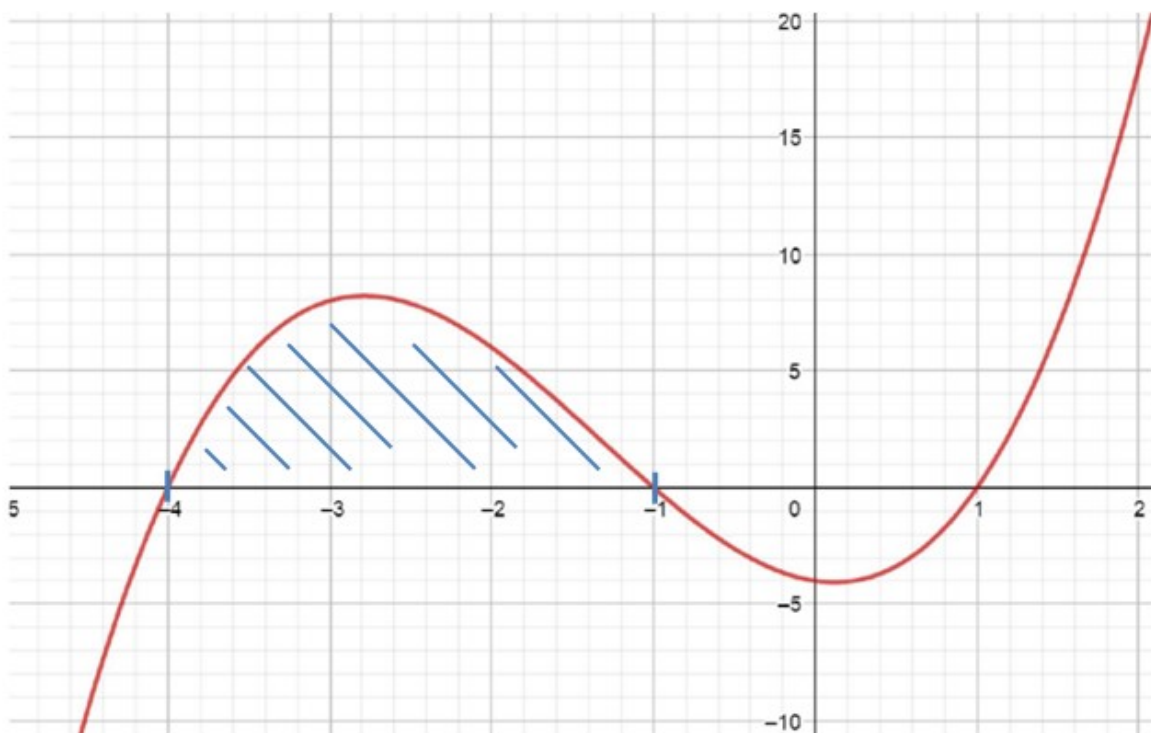
$$v(2,5) = 125 \text{ m/s}$$

18.Aufgabe:

Fläche

Gegeben ist die Funktion f .

Nachstehend ist diese Funktion graphisch dargestellt.



Aufgabenstellung:

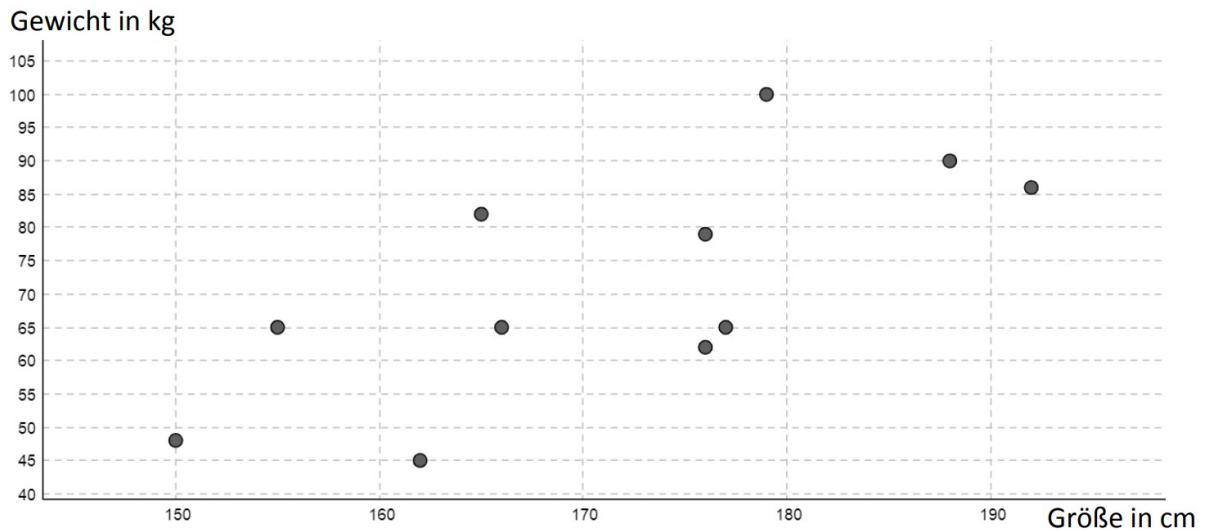
Schraffieren Sie folgende Fläche $A = \int_{-4}^{-1} f(x) dx$

[0/1 P.]

19.Aufgabe:

Gewicht

Im nachstehenden Streudiagramm wurde eine Klasse nach ihrer Größe und Gewicht befragt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffenden Antworten an. [2 aus 5]

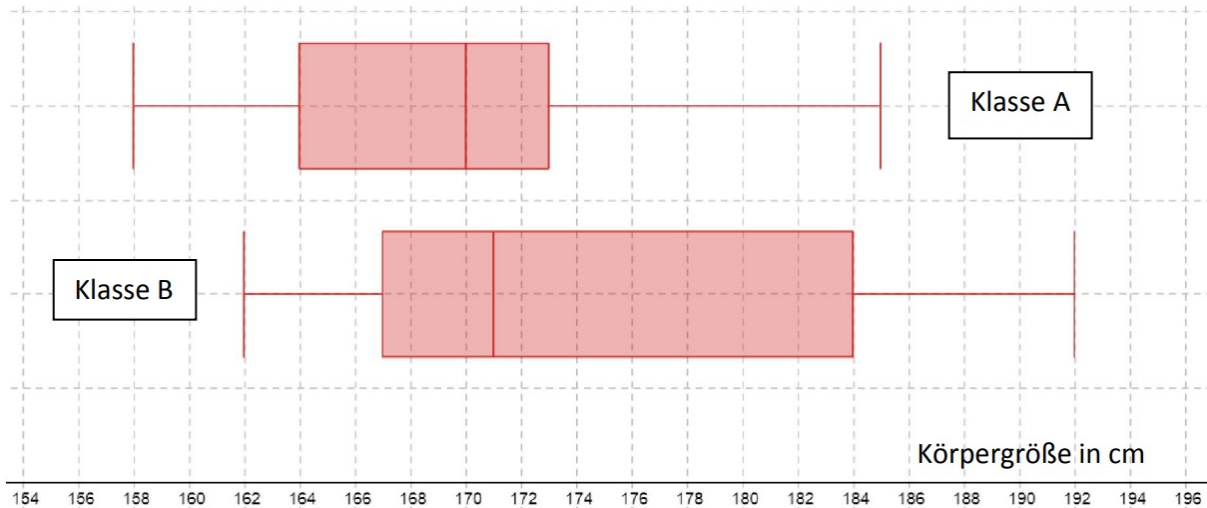
<i>Es gibt mehr als 2 Schüler, welche weniger als 65kg wiegen</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>Es gibt keinen Schüler, welcher größer als 190cm ist</i>	<input type="checkbox"/>
<i>mehr als 50% der Schüler sind schwerer als 60kg</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>Es gibt einen Schüler, welcher kleiner als 145cm ist</i>	<input type="checkbox"/>
<i>Der schwerste Schüler wiegt 90kg</i>	<input type="checkbox"/>

[0/1 P.]

20.Aufgabe:

Körpergröße

Es werden zwei Abschlussklassen nach deren Körpergröße befragt.
Dabei kam es zu folgenden Ergebnissen.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffenden Antworten an. [2 aus 5]

<i>Klasse A hat mehr Schüler als Klasse B</i>	<input type="checkbox"/>
<i>In Klasse A beträgt der Quartilsabstand 17cm ist</i>	<input type="checkbox"/>
<i>mindestens 75% der Schüler der Klasse A sind größer oder gleich 164cm</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>Es gibt mindestens einen Schüler, welcher kleiner als 160 ist</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>Die Spannweite der Klasse A ist größer als die Spannweite der Klasse B</i>	<input type="checkbox"/>

[0/1 P.]

21.Aufgabe:

Würfel

Ein sechsseitiger Würfel wird zwei Mal hintereinander geworfen.
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der gewürfelten 5er.

$$P(X = 2)$$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die korrekte Aussage an. [1 aus 5]

$P(X = 2) = 0,5$	<input type="checkbox"/>
$P(X = 2) = \frac{1}{5} * \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$	<input type="checkbox"/>
$P(X = 2) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$	<input type="checkbox"/>
$P(X = 2) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$P(X = 2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$	<input type="checkbox"/>

[0/1 P.]

22.Aufgabe:

Erwartungswert

Ein Zufallsexperiment ist binomialverteilt. Es wird 5000 Mal durchgeführt und $p = 0,47$.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ .

[0/1 P.]

$$\mu = n * p$$

$$\mu = 5000 * 0,47 = 2350$$

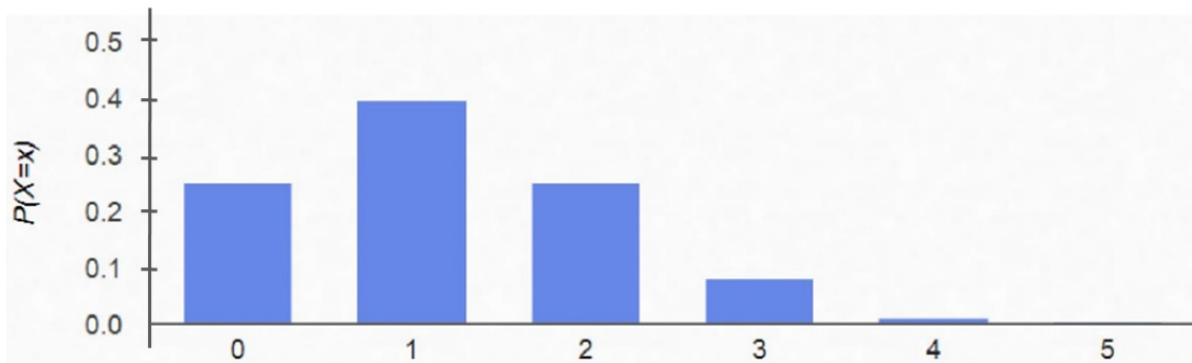
$$\sigma = \sqrt{n * p * (1 - p)}$$

$$\sigma = \sqrt{5000 * 0,47 * (1 - 0,47)} = 35,29$$

23.Aufgabe:

Binomialverteilung

Ein Zufallsexperiment ist binomialverteilt. Dieses Experiment wird fünfmal durchgeführt. Im nachstehenden Balkendiagramm wird die Binomialverteilung graphisch dargestellt.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie $P(X \leq 1)$.

[0/1 P.]

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,25 + 0,4 = 0,65$$

24.Aufgabe:

Defekte Messgeräte

Ein Unternehmen weiß, dass ca. 7% seiner hergestellten Messgeräte defekt sind. Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl der defekten Geräte an. Es werden insgesamt 100 Geräte untersucht.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 4 Messgeräte einen Defekt haben.

[0/1 P.]

$$P(X < 4) = P(X \leq 3)$$

$$n = 100$$

$$p = 0,07$$

Lösen mit dem Wahrscheinlichkeitsrechner

$$P(X \leq 3) = 0,074 = 7,4\%$$

25.Aufgabe (Teil2):

Katapult

Die Flugbahn und die Geschwindigkeit von einem Katapult sollen untersucht werden.
Die Distanzen sind alle in der Längeneinheit Meter (m) gegeben.

Aufgabenstellung:

a)

Die Geschwindigkeit kann mit der Funktion $v(t)$ beschrieben werden.

$$v(t) = -0,1 * t * (t - 25)$$

t ... *Flugzeit in s*

$v(t)$... *Geschwindigkeit in m/s*

1)

Bestimmen Sie den zurückgelegten Weg bis das Flugobjekt auf den Boden aufprallt.

[0/1 P.]

→ Nullstellen ermitteln

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 25$$

$$\int_0^{25} v(t) dt = 260,42m$$

2)

Was wird mit dem Ausdruck $\frac{v(10)-v(0)}{10-0}$ beschrieben?

[0/1 P.]

*mittlere Änderungsrate der Geschwindigkeit → die durchschnittliche Beschleunigung
im Intervall [0; 10]*

b)

Bei einem anderen Katapult werden folgende Messdaten des Flugobjekts aufgenommen. Der Funktionsgraph $h(x)$ ist eine Funktion 2. Grades und beschreibt die Flugbahn des Flugobjekts.

Das Geschoss erreicht seine maximale Höhe bei einer horizontalen Entfernung von 100m und diese beträgt 75m.

Das Flugobjekt trifft bei einer horizontalen Entfernung von 200m auf dem Boden auf.

x ... horizontale Entfernung in m

h(x) ... Höhe in m

Bestimmen Sie den Funktionsgraphen

[0/1 P.]

$$f(x) = a * x^2 + b * x + c$$

Lösen mit CAS

$$f'(100) = 0$$

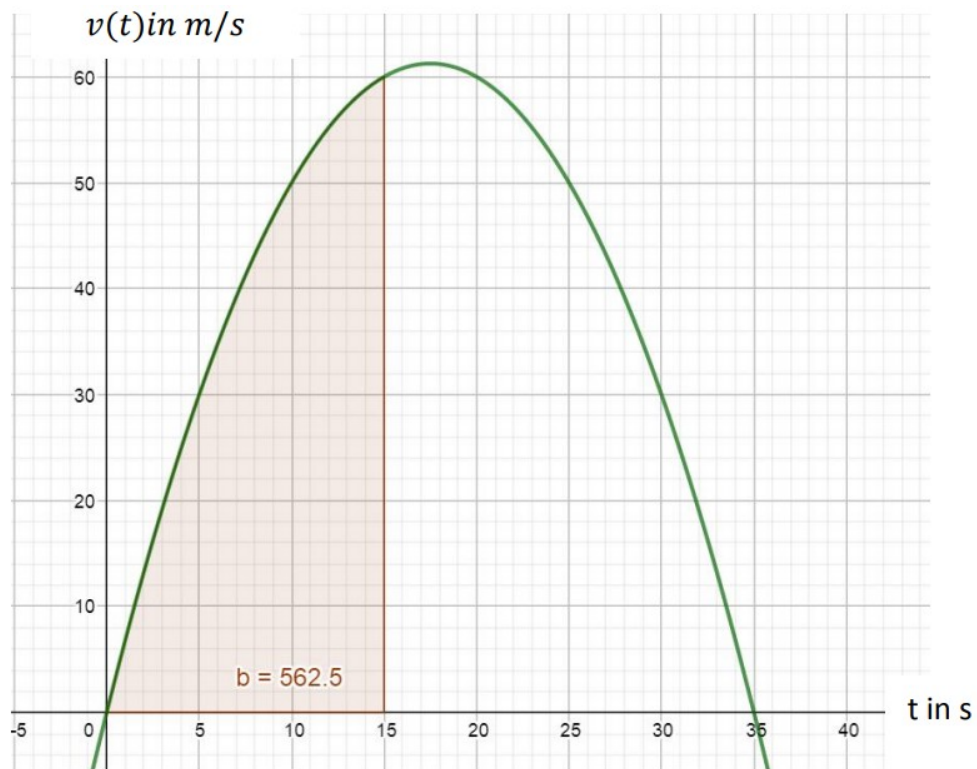
$$\rightarrow f(x) = -0,0075 * x^3 + 1,5 * x^2$$

$$f(100) = 75$$

$$f(200) = 0$$

c)

Der nachstehende Graph beschreibt den Verlauf der Geschwindigkeit des Flugobjekts.



Interpretieren Sie die Bedeutung der markierten Fläche.

[0/1 P.]

**Der zurückgelegte Weg innerhalb
der ersten 15 Sekunden beträgt 562,5m.**

26.Aufgabe (Teil 2, Best-of-Wertung):

Medikament

Eine Patientin muss täglich ihr Medikament zu sich nehmen. Die Wirkstoffmenge einer Tablette beträgt 160mg. Das Medikament wird exponentiell im Körper abgebaut, was zu einer Halbwertszeit von 1,5h führt.

Aufgabenstellung:

a)

Ab einer Wirkstoffmenge von 10mg kann die Wirkung des Medikaments vernachlässigt werden.

1)

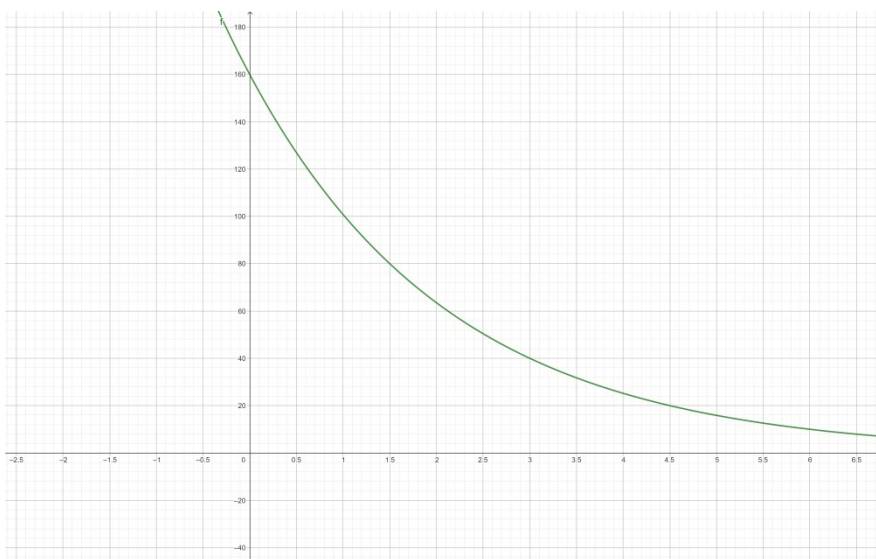
Stellen Sie einen Funktionsterm auf und stellen Sie die Funktion im Zeitintervall $[0; 6]$ graphisch dar.

[0/1 P.]

$$f(x) = a * b^x \quad (0|160)$$

$$f(x) = 160 * 0,63^x$$

$$(1,5|80)$$



2)

Die Patientin nimmt auf Anweisung der Ärztin zwei Tabletten an einem bestimmten Tag.
Bestimmen Sie wie lange es dauert, bis die Wirkung im Körper vernachlässigt werden kann.

[0/1 P.]

$$\begin{array}{lll} 2 \text{ Tabletten} \rightarrow a = 320 & 10 = 320 * 0,63^x \quad | : 320 & \ln\left(\frac{10}{320}\right) = x * \ln(0,63) \quad | : \ln(0,63) \\ f(x) = 320 * 0,63^x & \frac{10}{320} = 0,63^x \quad | \ln & x = 7,5h \end{array}$$

b)

Ein anderes Medikament baut seinen Wirkstoff im Körper um 10mg pro Stunde ab.
Zum Einnahmezeitpunkt hat dieses Medikament eine Wirkstoffmenge von 130mg.
Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem das Medikament vollständig abgebaut ist.

[0/1 P.]

$$\begin{array}{ll} f(x) = -10 * x + 130 & 0 = -10 * x + 130 \quad | + 10x \\ \text{Nullstelle berechnen:} & 10x = 130 \quad | : 10 \\ f(x) = 0 & x = 13h \end{array}$$

c)

Der Medikamentenabbau eines anderen Medikaments, kann mit folgender Funktionsgleichung beschrieben werden:

$$f(t) = 200 * e^{-0,173287*t}$$

t ... in h

f(t) ... Wirkstoffmenge in mg

Bestimmen Sie die Halbwertszeit und die Wirkstoffmenge des Medikaments zum Einnahmezeitpunkt.

[0/1 P.]

Startwert a = 200 → Zu Beginn betrug die Wirkstoffmenge 200mg

Halbwertszeit berechnen:

$$100 = 200 * e^{-0,173287*t}$$

$$t = 4h$$

27.Aufgabe (Teil 2, Best-of-Wertung):

Chipproduktion

Ein Unternehmen stellt verschiedene Chips her, welche unter anderem in Computer und Autos verbaut werden.

Das Unternehmen möchte seine Kosten untersuchen und stellt folgende Funktion auf:

$$K(x) = \frac{1}{2400} * x^3 - \frac{1}{40} * x^2 + \frac{10}{3} * x + 1000$$

$K(x)$... Kosten in GE

x ... in ME

Aufgabenstellung:

a)

1)

Bestimmen Sie die Kostenkehre und interpretieren Sie diese.

[0/1 P.]

Kostenkehre bestimmen mittels Wendepunkt

→ Kostenkehre liegt bei 20 ME

Bei dieser Kostenkehre kommt es zu einem Übergang von einem degressiven Kostenverlauf zu einem progressiven Kostenverlauf.

2)

Wie groß sind die Stückkosten bei einer Produktion von 10 Chips.

[0/1 P.]

Stückkostenfunktion $\bar{K}(x)$ bestimmen $\bar{K}(x) = \frac{K(x)}{x}$ $\bar{K}(10) = 103,125 \text{ GE/ME}$

b)

Pro Chip bekommt das Unternehmen 20GE.

Bestimmen Sie den Gewinnbereich.

[0/1 P.]

$$p(x) = 20 \quad E(x) = p(x) * x = 20 * x$$

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

Nullstellen ermitteln

(60; 200) ... Gewinnbereich

c)

Bestimmen Sie das Betriebsoptimum und die zugehörige langfristige Preisuntergrenze.

[0/1 P.]

Tiefpunkt der Stückkostenfunktion ermitteln

$x_{opt} = 117,27 \text{ ME} \dots \text{Betriebsoptimum}$

$\bar{K}(x_{opt}) = 14,66 \text{ GE/ME} \dots \text{langfristige Preisuntergrenze}$

28.Aufgabe (Teil 2, Best-of-Wertung):

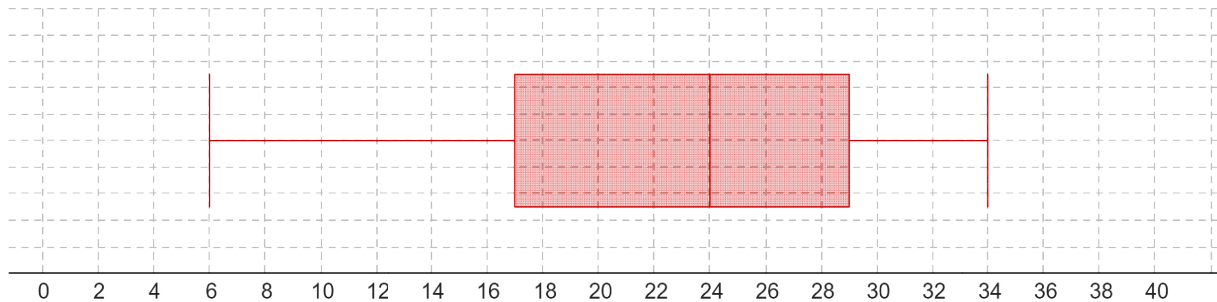
Schularbeit

In einer Abschlussklasse hat vor einer Woche die letzte Mathe-Schularbeit stattgefunden. Die Schüler haben heute ihre Ergebnisse zurückbekommen.

Aufgabenstellung:

a)

Bei der Schularbeit konnte man maximal 36 Punkte erzielen. Der nachstehende Boxplot stellt die Ergebnisse der Abschlussklasse dar.

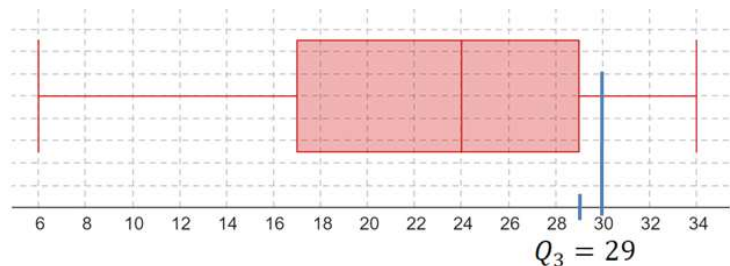


1)

Laura hatte 30 Punkte auf diese Mathe-Schularbeit. Sie behauptet, dass sie besser abgeschnitten hat als mindestens 75% ihrer Kollegen. Begründen Sie ob diese Aussage korrekt ist.

[0/1 P.]

1) Laura hatte 30 Punkte auf diese Mathe-Schularbeit. Sie behauptet, dass sie besser abgeschnitten hat als mindestens 75% ihrer Kollegen. Begründen Sie ob diese Aussage korrekt ist.



2)

Kreuzen Sie die korrekten Aussagen an. [2 aus 5]

<i>Es gab mindestens einen Schüler, welcher 36 Punkte erreicht hat</i>	<input type="checkbox"/>
<i>Die Spannweite der erreichten Punkte beträgt 29 Punkte</i>	<input type="checkbox"/>
<i>Der Quartilsabstand beträgt 12</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>mindestens 25% der Schüler haben 29 oder mehr Punkte erreicht</i>	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>Kein Schüler hat weniger als 9 Punkte erzielt</i>	<input type="checkbox"/>

[0/1 P.]

b)

Eine andere Schulklasse hatte zur gleichen Zeit ihre Mathe-Schularbeit und erreichte folgende Ergebnisse.

$$M = \{25; 34; 34; 40; 12; 17; 18; 24; 24; 4; 28; 30; 20; 19\}$$

Bestimmen Sie das arithmetische Mittel und den Median dieser Schulklasse.

[0/1 P.]

$$M = \{4; 12; 17; 18; 19; 20; \underline{24}; \underline{24}; 25; 28; 30; 34; 34; 40\}$$

$$\bar{x} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl der Werte}} = 23,5$$

$$\tilde{x} = \frac{24 + 24}{2} = 24$$

c)

Die Schularbeit hat insgesamt 12 Fragen mit jeweils 5 Antwortmöglichkeiten, wovon aber nur eine richtig ist.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 6 Fragen durch zufälliges Ankreuzen richtig beantwortet werden.

[0/1 P.]

$$n = 12$$

$$p = \frac{1}{5}$$

$$P(X \geq 6) = 0,019 = 1,9\%$$